

# Phononenspektroskopie im Quanten-Hall-Effekt-Regime

Vom  
Fachbereich Physik an der Universität Hannover  
zur Erlangung des Grades  
Doktor der Naturwissenschaften  
- Dr. rer. nat. -  
genehmigte Dissertation  
von

Fritz Schulze Wischeler  
geboren am 3. Oktober 1971 in Hannover

2004

Referent: Prof. Dr. R. J. Haug  
Koreferent: Universitair Hoofdocent Dr. U. Zeitler  
Tag der Promotion: 10.11.2004

# Abstract

In 1980 von Klitzing investigated the properties of a two-dimensional electron system (2DES) at low temperatures and in high magnetic fields. He found unexpected plateaus in the Hall resistivity and minima in the resistivity in current direction at the same time. Von Klitzing could show that the plateaus had universal values of  $R = \frac{h}{\nu e^2}$  with  $\nu$  an integer, for every realization of a 2DES independent on details of the sample. For the discovery of the quantum Hall effect (QHE) von Klitzing was awarded the Nobel prize in 1985. He opened thereby a complete new field of research on quantum effects in low-dimensional systems.

Tsui, Störmer, and Gossard found a short time after von Klitzing in a 2DES with (at this time) high electron mobility more plateaus in the Hall resistivity, namely for fractional  $\nu$ . Laughlin was able to explain this additional plateaus in a quantum mechanic picture with strong quantum effects. Tsui, Störmer and Laughlin received for the discovery and explanation of this fractional QHE 1998 also the Nobel prize in physics.

The understanding of the fractional QHE was deepened by the introduction of a quasiparticle model by Jain. These quasiparticles are called composite fermions (CFs) and are constructed by attaching an even number of magnetic flux quanta to every electron. As a result, every electron “feels” only a reduced effective magnetic field. The motion of CFs in an effective magnetic field is in strong analogy to the motion of electrons in a normal magnetic field. For this reason the concepts of the QHE can be mapped onto the fractional case.

In this thesis the QHE is investigated with phonons in time-resolved measurements. At cryogenic conditions the wavelength and energies of acoustic phonons in GaAs/AlGaAs-heterostructures become comparable to the important energy and length scales in the 2DES, which allows an efficient coupling from the phonon system to the electronic system.

The samples consist of a 2DES in form of a meander at the front side and a metal film on the back side. By applying short voltage pulses on the metal film, non-equilibrium phonons are generated at the back side. They couple into the GaAs-substrate, fly ballistically through the

sample and a part of them is absorbed by the 2DES. This increases the 2DES temperature compared to the substrate. The temperature change is time resolved detected by measuring a resistance change of the meander.

In this thesis several for phonon absorption experiments optimized samples were processed via photolithography and wet etching. Two interesting fractional QHE features were discovered in these samples: First, the *Landé g-factors of CFs* of the filling factors  $\nu = 2/3$  and  $\nu = 2/5$  could be measured. They differ strongly from the expected value for electrons in GaAs. And second, an asymmetry in the resistance over magnetic field curves hints towards *edge channels of CFs*.

Various things were investigated in the phonon absorption measurements. In a first series of experiments the *relaxation of a hot 2DES* back into equilibrium is explored. It shows that the relaxation rate depends on the filling factor  $\nu$ . This is explained for fractional fillings with phonon emission around a single energy, the magnetoroton gap, in contrast to  $\nu = 1/2$  where the 2DES relaxes via a broad band emission of phonons.

An other set of experiments was performed around filling factor  $\nu = 1$  and compared with fractional fillings. The measurements are explained with *Skyrmions around  $\nu = 1$* , fascinating spin textures arising at this filling factor.

In the main part of this thesis the *2DES specific heat* and the *energy gap values* for various filling factors  $\nu = 1/3, 2/5, 4/7, 3/5, 2/3, 4/3,$  and  $5/3$  are systematically measured. By illuminating the sample, eight different electron densities were achieved so that fixed fillings were measured for different magnetic fields up to 13 T. At a given filling factor nearly all measured gaps show a square-root dependence on the magnetic field, strongly suggesting that these are Landau level transitions of CFs. All these data are described by only one single fit parameter related to the CF effective mass. The gap at  $\nu = 2/3$  displays a linear field dependence which is explained by the fact that the  $2/3$ -state is surprisingly not fully spin-polarized at high  $B$ -fields.

At last the *2DES specific heat at  $\nu = 1/2$*  is measured and shows indeed the nearly linear temperature dependence predicted by Halperin, Lee and Read in 1993.

*Keyword: quantum Hall effect, phonons, composite fermion*

## Kurzzusammenfassung

Im Jahre 1980 untersuchte von Klitzing die Eigenschaften eines zweidimensionalen Elektronensystems (2DES) bei tiefen Temperaturen und in hohen Magnetfeldern. Er fand unerwartete Plateaus im Hallwiderstand bei gleichzeitigen Minima im Widerstand in der Stromrichtung. Von Klitzing konnte zeigen, dass die Plateaus universelle Werte  $\frac{h}{\nu e^2}$  haben, mit  $\nu$  einer ganzen Zahl für jede Realisation eines 2DES unabhängig von Probedetails. Für die Entdeckung des Quanten-Hall-Effektes (QHE) wurde von Klitzing 1985 mit dem Nobelpreis ausgezeichnet. Von Klitzing eröffnete mit seiner Entdeckung ein komplett neues Forschungsgebiet von Quanteneffekten in niedrig dimensionalen Systemen.

Tsui, Störmer und Gossard fanden kurze Zeit nach von Klitzing in einem 2DES mit (für damalige Verhältnisse) hoher Elektronenbeweglichkeit noch weitere Plateaus im Hallwiderstand, nämlich auch für gebrochenzahlige  $\nu$ . Laughlin konnte diese zusätzlichen Plateaus in einem quantenmechanischen Bild mit starken Quanteneffekten erklären. Tsui, Störmer und Laughlin erhielten für die Entdeckung und Erklärung dieses fraktionalen QHE 1998 ebenfalls den Nobelpreis für Physik.

Das Verständnis dieses fraktionalen QHE wurde vertieft durch die Einführung eines Quasiteilchenmodells von Jain. Diese Quasiteilchen werden Composite Fermionen (CFen) genannt und sind konstruiert durch Anfügen einer geraden Anzahl von magnetischen Flussquanten an jedes Elektron. Dadurch "fühlt" jedes Elektron nur noch ein reduziertes, effektives Magnetfeld. Die Bewegung von CFen in einem effektiven Magnetfeld ist in starker Analogie zur Bewegung von Elektronen im normalen Magnetfeld. Daher können die Konzepte des QHE auf den fraktionalen Fall abgebildet werden.

In dieser Arbeit wird der QHE mit Phononen in zeitaufgelösten Messungen untersucht. Bei Tieftemperaturbedingungen werden die Wellenlängen und Energien von akustischen Phononen in GaAs/AlGaAs-Heterostrukturen vergleichbar mit den relevanten Energie- und Wellenlängenskalen im 2DES und können daher sehr effektiv koppeln.

Die Proben bestehen aus einem 2DES in Form eines Mäanders auf der Vorderseite und einem Metallfilm auf der Rückseite. Durch Anlegen kurzer Spannungspulse an den Metallfilm werden Nichtgleichge-

wichtsphononen auf der Rückseite erzeugt. Diese koppeln in das GaAs-Substrat, fliegen ballistisch durch die Probe und ein Teil von ihnen wird vom 2DES absorbiert. Dies erhöht die Temperatur des 2DES gegenüber dem Substrat. Die Temperaturänderung wird zeitaufgelöst detektiert durch Messen einer Widerstandsänderung des Mäanders.

In dieser Arbeit wurden etliche für Phononenabsorptionsexperimente optimierte Proben mit Fotolithographie und nasschemischem Ätzen prozessiert. In diesen Proben wurden zwei interessante Eigenschaften des fraktionalen QHE entdeckt: Erstens, die Landé  $g$ -Faktoren von CFen der Füllfaktoren  $\nu = 2/3$  und  $\nu = 2/5$  konnte gemessen werden. Sie weichen stark vom erwarteten Wert für Elektronen in GaAs ab. Und zweitens, eine Asymmetrie in der Magnetfeldabhängigkeit des Widerstandes weist auf *Randkanäle von CFen* hin.

In den Phononenabsorptionsexperimenten wurden eine Vielzahl unterschiedlicher Dinge untersucht: In einer ersten Serie von Experimenten wurde die *Relaxation eines heißen 2DES* zurück zum Gleichgewicht gemessen. Es zeigt sich, dass die Relaxationsrate vom Füllfaktor  $\nu$  abhängt. Dies ist erklärt für fraktionale Füllfaktoren mit der Phononenemission um eine einzige Energielücke, der Magnetoroton-Energielücke, im Gegensatz zu  $\nu = 1/2$ , wo das 2DES unter Breitbandemission von Phononen relaxiert.

Ein anderer Satz von Experimenten wurde um Füllfaktor  $\nu = 1$  durchgeführt und mit Messungen bei fraktionalen Füllfaktoren verglichen. Die Messungen werden mit *Skymionen um  $\nu = 1$  herum* erklärt, faszinierenden Spinstrukturen, die bei diesem Füllfaktor entstehen.

Im Hauptteil dieser Arbeit wurden die *spezifische Wärme eines 2DES* und die *Werte der Energielücken* für eine Vielzahl fraktionaler Füllfaktoren  $\nu = 1/3, 2/5, 4/7, 3/5, 2/3, 4/3$ , und  $5/3$  systematisch gemessen. Durch Beleuchten der Probe wurden acht verschiedene Elektronendichten erreicht, so dass feste Füllfaktoren für verschiedene Magnetfelder bis zu 13 T vermessen werden konnten. Für einen festen Füllfaktor zeigen nahezu alle gemessenen Energielücken eine wurzelförmige Abhängigkeit vom Magnetfeld, was stark darauf hindeutet, dass dies Landau-Niveau-Übergänge von CFen sind. Alle diese Messdaten lassen sich innerhalb der CF-Theorie mit der effektiven CF-Masse als einzigen Anpassparameter erklären. Die Energielücke bei  $\nu = 2/3$  zeigt eine lineare Feldabhängigkeit, was erklärt wird mit der Tatsache, dass

der  $2/3$ -Zustand in hohen Magnetfeldern überraschenderweise nicht vollständig spinpolarisiert ist.

Zuletzt wurde die spezifische Wärme bei  $\nu = 1/2$  gemessen, die eine nahezu lineare Magnetfeldabhängigkeit zeigt, wie von Halperin, Lee und Read bereits 1993 vorhergesagt wurde.

*Schlagwörter: Quanten-Hall-Effekt, Phononen, Composite Fermion*

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1	Das zweidimensionale Elektronensystem (2DES) . . . . .	6
2.1.1	2DES im Magnetfeld . . . . .	8
2.1.2	Magnetotransport . . . . .	11
2.2	Der integrale Quanten-Hall-Effekt (IQHE) . . . . .	13
2.2.1	IQHE im Bild lokalisierter und delocalisierter Zustände . . . . .	15
2.2.2	IQHE im Randkanalbild . . . . .	18
2.2.3	IQHE zur Probencharakterisierung . . . . .	22
2.3	Der fraktionale Quanten-Hall-Effekt (FQHE) . . . . .	25
2.3.1	FQHE und Laughlin-Wellenfunktion . . . . .	27
2.3.2	FQHE im Composite Fermion (CF) Bild . . . . .	28
2.4	Spezifische Wärme . . . . .	34
2.4.1	Allgemeine Thermodynamik . . . . .	35
2.4.2	Spezifische Wärme eines Zweizustandssystems . . . . .	36
2.4.3	Spezifische Wärme von Metallelektronen . . . . .	37
2.4.4	Spezifische Wärme eines 2DES . . . . .	39
2.5	Phononen . . . . .	42
2.5.1	Phononen in III-V Verbindungen . . . . .	42
2.5.2	Erzeugung von Phononen . . . . .	43
2.5.3	Transport von Phononen . . . . .	47
2.5.4	Phononenstreuung . . . . .	49
2.5.5	Phononenabsorption im 2DES . . . . .	51
2.5.6	Einfaches Modell für Phononenabsorption . . . . .	56
2.6	Zusammenfassung . . . . .	57



<b>3</b>	<b>Experimentelle Grundlagen: Proben und Messsystem</b>	<b>59</b>
3.1	Probenmaterial . . . . .	60
3.2	Strukturierung der Proben . . . . .	65
3.2.1	Probenmaterial ritzen . . . . .	65
3.2.2	Strukturierung des 2DES und Kontakte . . . . .	66
3.2.3	Aufbringen des Phononenemitters . . . . .	68
3.3	Probenhalterung . . . . .	70
3.4	Probencharakterisierung . . . . .	74
3.4.1	Persistenter Photoeffekt . . . . .	78
3.5	Kryostat und Magnet . . . . .	79
3.5.1	Thermische Ankopplung . . . . .	81
3.6	Zusammenfassung . . . . .	82
<b>4</b>	<b>Experimente mit Magnetotransport</b>	<b>85</b>
4.1	g-Faktor von Composite Fermionen . . . . .	85
4.2	Randkanäle im FQHE . . . . .	93
4.3	Zusammenfassung . . . . .	102
<b>5</b>	<b>Experimenteller Aufbau für Phononenexperimente</b>	<b>103</b>
5.1	Messaufbau . . . . .	104
5.2	Phononenemitterpulse . . . . .	108
5.3	Ein typisches phononeninduziertes Signal . . . . .	111
5.4	Thermometrie . . . . .	120
5.5	Repetitionsrate . . . . .	121
5.6	Zusammenfassung . . . . .	122
<b>6</b>	<b>Experimente mit Phononen</b>	<b>125</b>
6.1	Phononenexperimente zur Relaxation von angeregten 2DESen . . . . .	126
6.2	Phononenexperimente um $\nu = 1$ : Skyrmionen . . . . .	130
6.3	Phononenspektroskopie im FQHE . . . . .	139
6.4	Phononenexperimente bei $\nu = 1/2$ : spezifische Wärme von CF . . . . .	155
6.5	Zusammenfassung . . . . .	167
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>169</b>

<b>A Anhang</b>	<b>175</b>
A.1 Lithografieresepte . . . . .	175
A.2 Berechnung der Mikrostreifenleitung . . . . .	178
A.3 Probencharakterisierungen . . . . .	180
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>191</b>
<b>Abkürzungen und Symbole</b>	<b>201</b>
<b>Danksagung</b>	<b>207</b>
<b>Lebenslauf</b>	<b>208</b>

# 1 Einleitung

Im Jahre 1980 untersuchte Klaus von Klitzing einen Metall-Oxid-Silizium-Feldeffekttransistor (MOSFET) bei tiefen Temperaturen und hohen Magnetfeldern [1]. Bei diesem Bauteil lässt sich durch Anlegen einer Spannung an eine Steuerelektrode erreichen, dass sich die Elektronen nur noch in einer Ebene bewegen können. Es bildet sich ein so genanntes zweidimensionales Elektronensystem (2DES) aus. Von Klitzing beobachtete in dem vom Potential der Steuerelektrode abhängigen Hallwiderstand in der 2DES-Ebene, die sich senkrecht zu einer Stromrichtung durch den MOSFET und einem Magnetfeld senkrecht zur Ebene bildet, unerwartete Plateaus bei gleichzeitigen Minima im Widerstand in Stromrichtung.

Klassisch ist nach dem Halleffekt von Edwin Hall aus dem Jahr 1879 eine einfache Gerade der Hallspannung als Funktion des Magnetfeldes zu erwarten. Es zeigte sich, dass die Plateaus im Hallwiderstand universelle Werte von  $R_K/\nu$  mit  $\nu$  einer ganzen Zahl annehmen, und zwar für jede Realisierung eines 2DES unabhängig von der Probe.

Klaus von Klitzing konnte zeigen, dass diese nach ihm benannte Konstante  $R_K$  aus anderen Naturkonstanten zusammengesetzt ist,  $R_K = h/e^2$ , und dass sich nach Umformungen mit  $R_K$  auch die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante  $\alpha_{Fein} = e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c$  messen lässt. Seit 1990 wird die von-Klitzing-Konstante als Darstellung des Widerstandes in SI-Einheiten genutzt und ist definiert als  $R_{K-90} = 25812,807 \Omega$ .

Der Effekt wird zur Unterscheidung zum gewöhnlichen Halleffekt als integraler Quanten-Hall-Effekt (IQHE) bezeichnet. Für seine Entdeckung wurde von Klitzing 1985 mit dem Nobelpreis für Physik ausgezeichnet. Von Klitzing eröffnete mit seiner Entdeckung ein komplett neues Forschungsgebiet von Quanteneffekten in niedrigdimensionalen Systemen.

Zur Verbesserung der Mobilität der Elektronen im 2DES wurden die 2DESe für die Forschung schnell in so genannten Halbleiterhetero-

strukturen aus GaAs und AlAs realisiert. Hier bildet sich das 2DES nicht nahe der rauen Oberfläche des AlAs, sondern im Inneren des Festkörpers aus. D. C. Tsui, H. L. Störmer und A. C. Gossard entdeckten kurz nach von Klitzing im Jahr 1982 in einem solchen 2DES mit (für damalige Verhältnisse) hoher Mobilität ein weiteres Plateau  $R_K/\nu$  im Hallwiderstand, und zwar auch für ein gebrochenzahliges  $\nu = 1/3$  [2]. Die Entdeckung weiterer Plateaus mit gebrochenzahligen  $\nu$  folgte kurz darauf [3]. R. B. Laughlin konnte 1983 die weiteren Plateaus im Rahmen einer quantenmechanischen Beschreibung mit Vielteilcheneffekten erklären [4]. Tsui, Störmer und Laughlin erhielten für die Entdeckung und Erklärung dieses fraktionalen Quanten-Hall-Effektes (FQHE) 1998 ebenfalls den Nobelpreis für Physik.

Der QHE ist auch gut 20 Jahre nach seiner Entdeckung ein Objekt intensiver Forschung. Insbesondere der fraktionale QHE ist in seiner theoretischen Beschreibung so anspruchsvoll, dass experimentelle Vorhersagen selbst grundlegender Eigenschaften, wie z. B. *die Werte* von Energielücken, schwierig sind.

Ein wichtiger Schritt zum Verständnis des FQHE war die Einführung des Modells von so genannten “Composite Fermionen” durch J. Jain 1989 [5]. Diese Quasiteilchen werden aus Elektronen und einer geraden Anzahl von magnetischen Flussquanten gebildet. Dadurch “sieht” jedes Elektron nur noch ein reduziertes, effektives Magnetfeld und die Composite Fermionen bewegen sich in diesem effektiven Magnetfeld in starker Analogie zu den Elektronen im normalen Magnetfeld. Dadurch lassen sich die Konzepte des IQHE auf den FQHE abbilden.

In dieser Arbeit wird der QHE mit Hilfe von Phononen, der quantenmechanischen Darstellung von Gitterschwingungen als Teilchen, untersucht. Bei tiefkalten Temperaturen (einige Kelvin) werden die Energien und Wellenlängen von Phononen in den GaAs/AlGaAs-Heterostrukturen vergleichbar mit den Energie- und Wellenlängenskalen von 2DESen. Dadurch koppeln die Phononen sehr effektiv an das 2DES und können diese sehr gut anregen.

Die Untersuchung von 2DESen mit Phononen ist in der Geschichte des QHE sehr ungewöhnlich, obwohl die Möglichkeiten sehr motivierend sind: So konnten Mellor *et al.* [6] und Zeitler *et al.* [7] zeigen, dass Phononenexperimente in 2DESen prinzipiell möglich sind und

---

dass sich mit ihnen Energielücken des FQHE bestimmen lassen. Diese so gemessenen Energielücken sind (fast) nicht beeinflusst durch die im 2DES bestehende Unordnung und somit viel präziser bestimmt als mit gewöhnlichen Experimenten. Darüber hinaus bieten Phononenexperimente die Möglichkeit, die thermodynamischen Eigenschaften von 2DESen zu untersuchen. Diese sind in normalen Experimenten durch die starke thermische Ankopplung des 2DES an die umgebene Heterostruktur nicht zugänglich.

Diese Arbeit ist wie folgt gegliedert:

Zuerst werden in *Kapitel 2* ausführlich alle theoretischen Grundlagen für diese Arbeit vorgestellt. Dies sind die mathematische Beschreibung eines 2DES und des QHE sowohl in integraler als auch fraktionaler Form, wobei die gezeigten Formeln schon im Hinblick auf die später gezeigten Messungen entwickelt werden. Als nächstes wird der Begriff der spezifischen Wärme diskutiert, da diese Größe eines der Hauptresultate dieser Arbeit ist. Das Theoriekapitel wird mit einem Abschnitt über Phononen abgeschlossen, worin insbesondere ein einfaches Modell zur Absorption von Phononen im 2DES vorgestellt wird.

In *Kapitel 3* werden die experimentellen Grundlagen dieser Arbeit behandelt. Es wird zum einen die Herstellung der für Phononenexperimente optimierten Proben aus GaAs/AlGaAs-Halbleiterheterostrukturen dargelegt. Dieser technologische Teil betont insbesondere die spezifischen Schwierigkeiten der speziell entworfenen Proben. Anschließend werden Messungen zur Charakterisierung dieser Proben gezeigt und ein exemplarischer Versuchsaufbau vorgestellt. Abschließend werden die verwendeten Kryostatsysteme behandelt.

In *Kapitel 4* werden zwei Ergebnisse aus Magnetotransport ohne Phononen gezeigt, die aus den systematischen Charakterisierungsmessungen des vorherigen Kapitels entstanden. Dies sind erstens Messungen, aus denen sich der Landé  $g$ -Faktor von Composite Fermionen bestimmen ließ und zweitens Messungen, die auf Randkanaleffekte im FQHE hinweisen.

*Kapitel 5* befasst sich mit den Methoden der Phononenspektroskopie. Es wird der optimierte Messaufbau besprochen und gezeigt, welche aufwändige Datenverarbeitung nötig ist, um aus einem Messsignal brauchbare Parameter für die Interpretation des Experimentes zu zie-

hen.

In *Kapitel 6* werden schließlich die einzelnen über die Dauer der Dissertation vorgenommenen Phononenexperimente gezeigt. Dies sind Experimente zur thermischen Relaxation angeregter 2DESe, Messungen beim Füllfaktor  $\nu = 1$ , die auf so genannte Skyrmionen hinweisen, und Messungen zur Bestimmung der spezifischen Wärme und von Energielücken für eine Vielzahl von fraktionalen Füllfaktoren  $\nu$ . Insbesondere die theoretisch sehr wichtige spezifische Wärme bei  $\nu = 1/2$  wurde gemessen und wird diskutiert.

Einige technische Vorbemerkungen:

Diese Arbeit ist mit  $\text{\LaTeX}_\epsilon$  inklusive  $\text{\MiKTeX}$  und  $\text{\BiBTeX}$ [8, 9] mit dem Editor WinEdt 5, Version 5.2 geschrieben. Es wurde die neue, deutsche Rechtschreibung benutzt. Englische Fachausdrücke werden für die wichtigsten Begriffe als Fußnoten angegeben.